

### Arbeitsblatt

# Leonardo-Brücke

Eine Brücke, die nicht in sich zusammenfällt, obwohl beim Aufbau weder Kleber noch Schrauben benötigt werden - das wäre doch cool!

Das dachte sich auch der italienische Künstler, Wissenschaftler und bekannte Erfinder Leonardo Da Vinci (1452 – 1519) und er konstruierte tatsächlich eine solche Brücke. Genau so eine Brücke hast du im Erlebnisland Mathematik selbst gebaut.

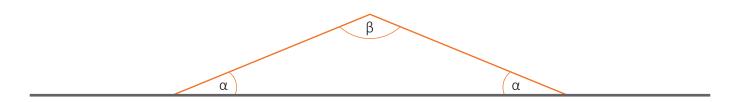


Nimm dir noch einmal deinen Forschungszettel zur Leonardo-Brücke zur Hand. Du erinnerst dich sicher daran, dass die Leonardo-Brücke aus mindestens zwei oder mehr Gliedern bestand. Hier siehst du zum Beispiel eine zweigliedrige Leonardo-Brücke von der Seite.



### Aufgabe 1

Die Skizze zeigt eine idealisierte, das bedeutet eine vereinfachte Darstellung der Leonardo-Brücke mit zwei Gliedern, die du oben im Foto siehst.



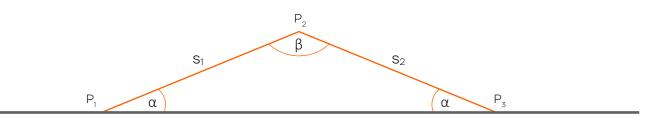
- a) Beschreibe, inwiefern diese Skizze idealisiert ist.
- \_\_\_\_\_
- b) Benenne die Art der Winkel, die in der Skizze eingezeichnet sind:

α\_\_\_\_\_β\_\_\_\_



# Aufgabe 2

Erweitere die Skizze, indem du die Strecke  $s_1$  nach rechts verlängerst. Markiere den Winkel zwischen  $s_2$  und der Verlängerung von  $s_1$  und bezeichne ihn mit  $\gamma$ . Wir wollen nun zeigen, dass der Winkel  $\gamma$  die Größe  $2\alpha$  hat.



Zeichne dazu zunächst eine Parallele zum Boden durch den Punkt  $P_2$ . Erkläre nun mit deinem Wissen über die Winkelsätze, dass die Größe des neu eingezeichneten Winkels  $2\alpha$  entspricht. Ergänze die Skizze hierfür passend.

# Aufgabe 3

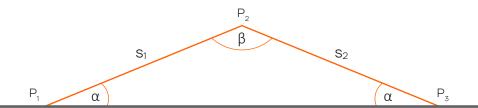
Skizziere in den folgenden Feldern idealisierte Leonardo-Brücken mit drei und vier Gliedern und zeichne jeweils die Symmetrieachse ein.



Au	Brücke	n mit ve	chungszettel ha erschieden vie auf das Arbeits	elen Gliedern r	-				
	Brücken- glieder								
Anzahl Hölzer									
		Stelle d	ie Information			_	en sind dir be- Diagramm und		
Wo	ortform								
Dia	agramm								
Gle	eichung								
c)	Wie du bestimmt festgestellt hast, hängen von der Anzahl der Brückenglieder viele Eigenschaften der Brücke ab. Formulierung nun jeweils eine "Je-Desto-Aussage" zu folgenden Zusammenhängen: Anzahl Brückenglieder – Anzahl benötigter Hölzer								
	Anzahl Brückenglieder – Steigung der Brücke								
Anzahl Brückenglieder – Spannweite									

**▼ www.erlebnisland-mathematik.de**

Aufgabe 5 Hier siehst du noch einmal die idealisierte Skizze der zweigliedrigen Leonardo-Brücke.



- a) Wie wird ein solches Dreieck  $\Delta P_1 P_2 P_3$  genannt? In Bezug auf die Winkel ist es ein Wenn ich die Seiten betrachte, ist dieses Dreieck ein
- b) Wir haben einfach angenommen, dass die beiden Winkel α zwischen der Brücke und dem Boden gleich groß sind. Begründe diese Annahme mithilfe der Tatsache, dass alle genutzten Hölzer die gleichen Abmessungen haben.

# Aufgabe 6

Du hast festgestellt, dass mit steigender Anzahl der Brückenglieder auch die Steigung immer größer wird. Im Folgenden wollen wir schauen, ob es auch einen quantitativen (=zahlenmäßigen) Zusammenhang gibt.

a) Begründe mit Hilfe der bis jetzt gesammelten Erkenntnisse und dem Wechselwinkelsatz, dass die Steigung bei einer Brücke mit drei Gliedern 2α beträgt. Zur Hilfe kannst du die gegebene Skizze nutzen.



b) Stelle eine Vermutung auf: Wie groß ist der Steigungswinkel δ4 bei einer Brücke mit 4 Gliedern in Abhängigkeit von α? Wie hängt der Steigungswinkel δ, einer solchen Brücke mit n Gliedern vom Winkel α ab?

 $\delta_n =$  \_\_\_\_\_

c) Berechne, wie viele Glieder n = ? möglich sind, wenn die Anfangssteigung α einer Brücke mit zwei Gliedern 5° beträgt.

Aufgabe 7  a) Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der Brückenglieder und der Anzahl der Hölzer kann mit folgender Gleichung beschrieben werden: y=3x. Erkläre für diese Gleichung die Bedeutung der Variablen und notiere, welche Werte sie jeweils annehmen können.
b) Auf dem Forschungszettel hast du bereits über die Frage nach anderen Möglichkeiten zum Bauen einer Kleber-freien Brücke nachgedacht und deine Ideen hierzu skizziert. Hier siehst du einige alternative Bauweisen der Leonardo-Brücke. Verbinde die passenden Namen mit den Konstruktionsskizzen.
minimale selbsttragende Brücke Leonardo-Brücke 2.0 zweidimensionale Brücke  c) Die Gleichungen y=4x-2 beschreibt zum Beispiel eine alternative Bauweise – aber wodurch unterscheidet sich diese Bauweise von unserer und wie könnte sie aufgebaut sein? Fertige eine Skizze an und erläutere!

+

Auf dem Forschungszettel wurde bereits gefragt, wie viel eine solche Leonardo-Brücke mit drei Gliedern tragen könnte. Hast du richtig geschätzt?



Hier siehst du eine Leonardo-Brücke mit 3 Gliedern bestehend aus Hölzern der Abmessungen 6 x 12 x 150 mm. Auf der Brücke wurde durch weitere Hölzer eine möglichst gerade Ablagefläche errichtet. Die gesamte Konstruktion trägt zwei Pflastersteine mit einem Gewicht von jeweils 4,8kg ohne Probleme. Das ist sehr erstaunlich!

Die Erklärung für die Stabilität und hohe Tragfähigkeit findest du im Konzept der Reibung, das du aus dem Physikunterricht der siebten Klasse kennst: Die Hölzer bleiben durch ihr eigenes Gewicht und die Reibungskraft aneinander haften und rutschen nicht zur Seite weg. Das System verfestigt sich weiter bei einer zusätzlichen Belastung. So ist es zum Beispiel möglich, dass auch ein Auto auf eine größere Leonardo-Brücke fahren kann!

### Aufgabe 8

a)	Berechne in zwei Schritten, welches Gewicht solch eine Konstruktion trager	ı könnte,
	wenn diese aus Streichhölzern gebaut wäre.	

Nimm hierzu an, dass die Länge der Streichhölzer ca. 4,5cm beträgt und die Verhältnisse zwischen Länge, Breite und Höhe ähnlich zu denen der oben genutzten Hölzer ist.

Vernachlässige dabei das Eigengewicht der zum Bau genutzten Hölzer und die unterschiedlichen statischen Eigenschaften verschiedener Holzdicken/-arten!

ŕ	Berechne die benötigten Maße der Holzstäbe, wenn ein VW Käfer (800kg) mit einer Mutter (81kg) und zwei Kindern (63kg und 36kg) über die Leonardo-Brücke fahren
	soll. Vernachlässige auch hier die oben genannten Einflüsse

Das kannst du dir zum Beispiel hier ansehen: https://www.youtube.com/watch?v=izSojOncnJ4







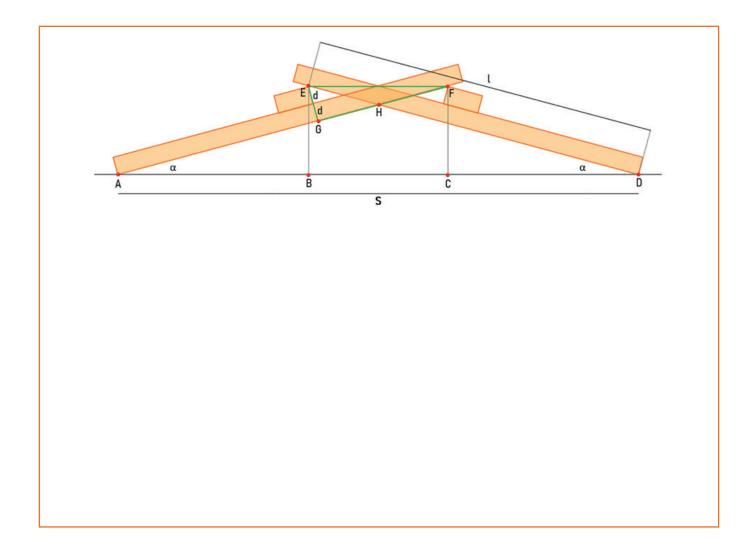
# +

### Aufgabe 9

Bei den bisherigen Betrachtungen hast du weitestgehend die Dicke der Hölzer vernachlässigt. Allerdings war das lediglich eine Idealisierung, die dir das Rechnen an einigen Stellen vereinfacht hat. Die realen (=wirklichen) Hölzer haben sehr wohl eine Dicke.

Die Dicke der Hölzer sei im Folgenden bezeichnet mit d und die (effektive) Länge mit I.

Benutze die gegebene Skizze um die maximale Spannweite S einer einfachen Leonardo-Brücke (zwei Glieder) in Abhängigkeit von der Dicke d und Länge I der Hölzer, sowie des Winkels α zu berechnen.



Wir stellen fest: In dieser Brücke steckt mehr als sich auf den ersten Blick vermuten lässt.

Doch sie war nur eine von Da Vincis unzähligen Erfindungen. Diese und einige weitere sind bis heute erhalten geblieben und wurden im Codex Atlanticus gebunden überliefert. 1119 Seiten umfasst dieses Werk und zeigt, mit welchen Themen sich Leonardo sein Leben lang beschäftigte: Flugmaschinen (Flügeltypen, Vogelflug, Hubschrauber, Fallschirm), Kriegsmaschinen (Armbrüste, Panzer, Katapulte, Kanonen), hydraulische Systeme (Kanäle, Schwimm- und Tauchgeräte, Boote, Wasserkraft), aber auch viele weitere Dinge aus Mechanik, Optik und Energieanwendung – und das alles schon vor gut 500 Jahren!

