



Polyederkrone



Was sehen wir hier?

Dieses Exponat zeigt Modelle von sieben verschiedenen geometrischen Körpern. Die Namen der Körper lauten (von links nach rechts): Tetraeder, Hexaeder (Würfel), Oktaeder, Dodekaeder, Ikosaeder, Rhombendodekaeder und Kubotae-der. Alle diese Körper gehören zur Gruppe der Polyeder.

Polyeder sind geometrische Körper, die ausschließlich von ebenen Flächen begrenzt werden. Als konvexe Polyeder bezeichnet man alle Polyeder, die keine Einstülpungen oder Löcher haben.



Tetraeder



Hexaeder



Oktaeder



Dodekaeder



Ikosaeder



Rhomben-
dodekaeder



Kuboktaeder

Im Jahr 1750 fand der Mathematiker Leonhard Euler einen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Ecken, der Flächen und der Kanten von konvexen Polyedern heraus. Er ist heutzutage sehr bekannt und wird deshalb Euler'scher Polyedersatz genannt.



Was besagt der Euler'sche Polyedersatz?

Forscht selbst und geht wie Euler vor. Da sich der Satz mit der Anzahl der Ecken, der Flächen und der Kanten beschäftigt, ist es sinnvoll, diese erst einmal zu zählen. Dazu sucht sich jedes Gruppenmitglied eines der sieben Polyeder aus und zählt die Ecken, Flächen und Kanten. Tragt eure Werte in die Tabelle ein.

Polyeder	Ecken	Flächen	Kanten	

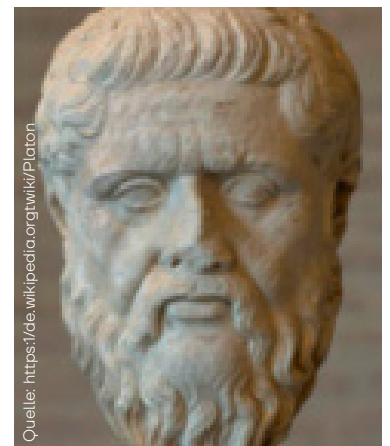
Notiert in der letzten Spalte der Tabelle die Summe aus der Ecken- und Flächenanzahl. Was fällt euch auf, wenn ihr diese mit der Kantenanzahl vergleicht? Vergleicht eure Ergebnisse.



Der Zusammenhang zwischen diesen Summen ist die Aussage des Satzes von Euler. Stellt eine Formel auf, nutzt dazu die Abkürzungen E (Anzahl Ecken), F (Anzahl der Flächen) und K (Anzahl der Kanten). Formuliert anschließend Eulers Ergebnis, indem ihr den Satz vervollständigt.

In jedem konvexen Polyeder gilt _____

Fünf der hier gezeigten Polyeder haben besondere Eigenschaften. Schon in der Antike beschäftigte sich der griechische Philosoph Platon mit diesen fünf Körpern, daher werden sie auch platonische Körper genannt.



Welche fünf Körper sind die platonischen Körper?

Schaut euch zunächst alle sieben Polyeder an und diskutiert in der Gruppe, welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede diese haben. Macht euch dazu Notizen.





Stellt nun mit Hilfe eurer Notizen eine Vermutung auf, welche beiden Körper keine platonischen Körper sind. Begründet eure Entscheidung.

Ist eure Entscheidung richtig? Dazu schauen wir uns nacheinander verschiedene Eigenschaften der Polyeder an. In jedem Schritt wird es einen Körper geben, der diese Eigenschaft nicht erfüllt und somit auch kein platonischer Körper ist.

Es ist eine gute Idee, zuerst die Flächen der Polyeder zu betrachten. Was stellt ihr dabei fest? Welches Polyeder passt nicht zu den anderen und warum? Nehmt weitere Eigenschaften, wie zum Beispiel Winkel und Ecken, unter die Lupe. Welcher zweite Körper kann somit aussortiert werden? Erklärt!

Tipp

Achtet auf die Form der Flächen.

Tipp

Gibt es nur gleiche Winkel und gleichartige Ecken?





Die verbliebenen fünf Polyeder sind die platonischen Körper.
Notiert die Namen dieser Körper.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____



Nennt abschließend die Eigenschaften, die platonische Körper von den anderen aussortierten Polyedern unterscheiden.

Tipp

Erinnert euch an die soeben
untersuchten Eigenschaften.
Versucht diese auszuformulieren.





Zum Weiterdenken:

Warum gibt es nur fünf platonische Körper?

Warum gibt es keinen platonischen Körper mit regelmäßigen Sechsecken als Flächen? Warum gibt es keinen platonischen Körper, bei dem sich vier regelmäßige Fünfecke an einer Ecke treffen?

Duale Körper:

Es gibt platonische Körper, die dual zueinander sind. Zwei Körper sind zueinander dual, wenn die Flächenmittelpunkte des ersten Körpers die Eckpunkte des zweiten Körpers bilden und andersherum. Welche platonischen Körper sind dual zueinander? Welchen Zusammenhang haben die Anzahl der Flächen und Ecken dualer Körper?

Die untenstehenden Skizzen der Polyeder könnt ihr zum Einzeichnen des hierzu jeweils dualen Polyeders nutzen. Wählt zuerst nur die platonischen Körper! Gibt es auch für die anderen beiden Polyeder jeweils duale Körper?

